

आकृतियों की स्थानिक समझ एवं ज्यामिति

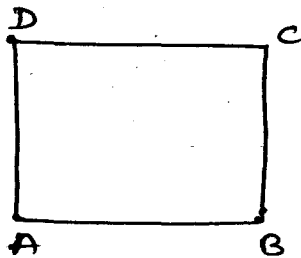
किसी सपाट तल पर बनी आकृति को समतल कहते हैं। द्वि-विमिच आकृतियाँ जैसे त्रिभुज, वर्ग, आयत, वृत्त, समचतुर्भुज, समलम्ब आदि सभी समतल आकृतियाँ हैं।

किसी भी आकृति की स्थानिक समझ के लिए हमें उपर-नीचे, दूर-पास, बड़ा-छोटा, अन्दर बाहर, के उपर, के नीचे, सबसे उपर, सबसे नीचे तथा बीच में आदि से परिचित होना आवश्यक है।

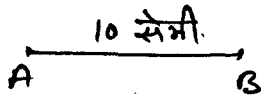
त्रिविमिच आकृति घनाकार, बेलनाकार, शंकवाकार, गोलाकार आदि होती हैं। जैसे इन आकृतियों का लुढ़कना या सरकना आदि इनकी स्थानिक समझ है।

कुछ महत्वपूर्ण परिभाषाएँ

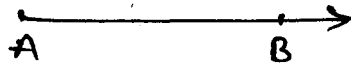
- ① बिन्दु :- बिन्दु की न लम्बाई, न चौड़ाई तथा न ही उंचाई होती, यह केवल सही स्थिति दर्शाने के काम आता है। दी गई आकृति में ABCD (वर्ग) बिन्दु हैं।



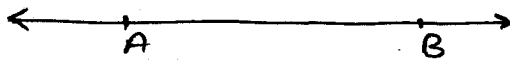
- ② रेखाखण्ड :- दो बिन्दुओं के मध्य वह भाग जिसको मापना सम्भव हो रेखाखण्ड कहलाता है।



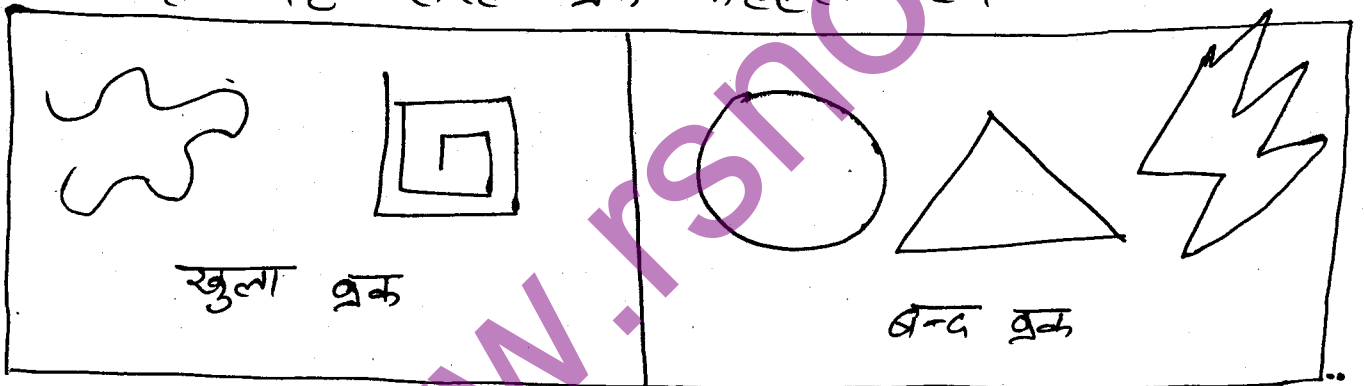
- ③ किरण - रेखा का वह भाग जो एक तरफ से बन्द हो तथा दूसरी तरफ से अनन्त दूरी तक जाता है। किरण कहलाता है। इसको मापना सम्भव नहीं है।



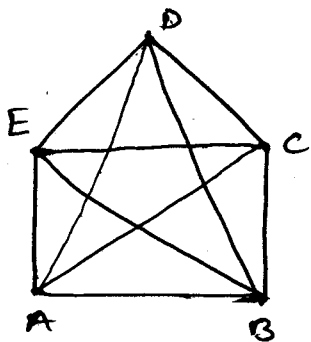
- ④ रेखा :- रेखा वह आकृति है जो दोनों तरफ अनन्त दूरी तक जाती है। इसको मापना सम्भव नहीं है।



- ⑤ वक्र - बिना पैन या पेंसिल उठाए बनाई गई कोई आकृति वक्र कहलाती है। यदि कोई वक्र स्वयं को न कोटे तो वह सरल वक्र कहलाता है।



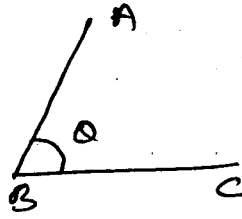
- ⑥ बहुभुज आकृतियाँ - तीन या तीन से अधिक रेखाखण्डों से बनी बन्द आकृतियाँ बहुभुज कहलाती हैं। जिन आकृतियों की सभी भुजाएँ समान हों सम बहुभुज तथा असमान भुजाओं वाली आकृतियों को विषम बहुभुज कहते हैं।



आकृति में

- (i) A, B, C, D, E बहुभुज के शीर्ष हैं।
 (ii) आसन्न का अर्थ है साथ लगते हुए जैसे कोण B के आसन्न कोण, $\angle A$ तथा $\angle C$ हैं।
 (iii) ED की आसन्न भुजाएँ DC तथा AE हैं।
 (iv) AC, BE, BD, EC, AD बहुभुज के विकर्ण हैं।

- (7) कोण - दो सरल रेखाओं के एक बिन्दु पर मिल जाने पर कोण बनता है।
के मिलान पर 0 कोण बनता है

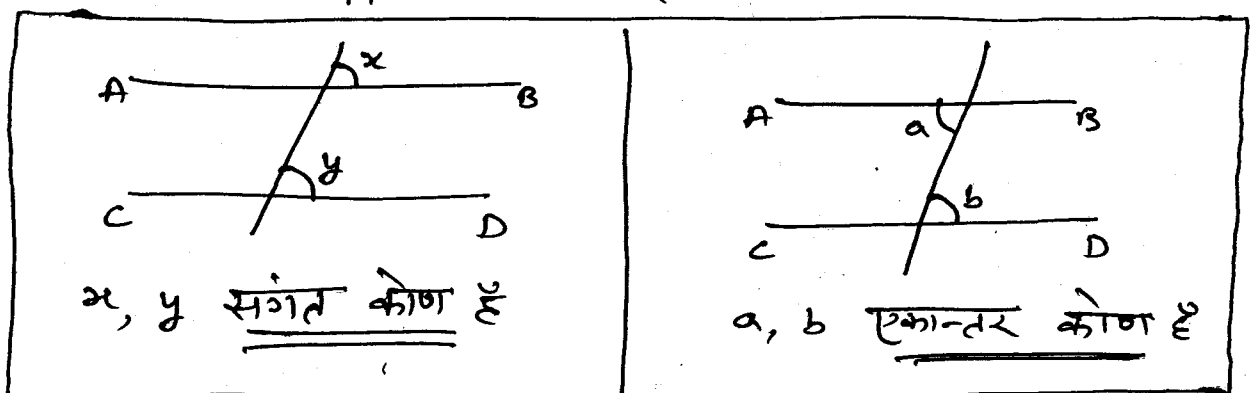


कोणों के प्रकार

- (i) न्यून कोण - 90° से छोटा कोण न्यून कोण होता है।
(ii) समकोण - 90° के कोण को समकोण कहते हैं।
(iii) अधिक कोण - 90° से अधिक के कोण को अधिक कोण कहते हैं।
(iv) सरल कोण - 180° के कोण को सरल कोण कहते हैं।
(v) वृहत् कोण - 180° से अधिक तथा 360° से कम कोण को वृहत् कोण कहते हैं।
(vi) पूरक कोण - जिन दो कोणों का योग 90° हो, उन्हें एक दूसरे के पूरक कोण कहे जाते हैं।
(vii) सम्पूरक कोण - जिन दो कोणों का योग 180° हो, उन्हें एक दूसरे के सम्पूरक कोण कहा जाता है।
(viii) शीर्षाभिमुखी कोण - चित्र में a तथा b शीर्षाभिमुखी कोण हैं। x तथा y भी शीर्षाभिमुखी कोण हैं। शीर्षाभिमुखी कोण बराबर होते हैं।



- (ix) यदि $AB \parallel CD$ हो तो



⑧ समान्तर रेखाएं :- ऐसी सरल रेखाएं जो एक दूसरे को कभी नहीं काटती, इनके बीच अन्तर हमेशा एक जैसा हो, समान्तर रेखाएं कहलाती हैं।

⑨ तिर्यक रेखाएं :- ऐसी रेखाएं जो दो या दो से अधिक समान्तर रेखाओं को काटे तिर्यक रेखाएं कहलाती हैं।

⑩ त्रिभुज - तीन भुजाओं से घिरी हुई आकृति को त्रिभुज कहते हैं। त्रिभुज में तीन कोण तथा तीन भुजाएं होती हैं। तीनों कोणों का योग 180° होता है। त्रिभुज में किसी दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

* त्रिभुजों का वर्गीकरण दो आधार पर किया जा सकता है-

(i) भुजाओं के आधार पर →

(क) समबाहु त्रिभुज - सभी भुजाएं समान होती हैं।

(ख) समद्विबाहु त्रिभुज - दो भुजाएं समान होती हैं।

(ग) विषमबाहु त्रिभुज - सभी भुजाएं असमान होती हैं।

(ii) कोणों के आधार पर →

(क) न्यूनकोण त्रिभुज - सभी कोण 90° से कम हों तो वह न्यूनकोण त्रिभुज होती है।

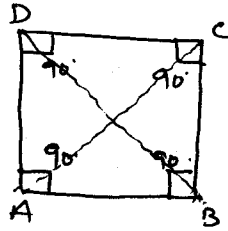
(ख) समकोण त्रिभुज - जिस त्रिभुज में एक कोण 90° का हो तो वह समकोण त्रिभुज होती है।

(ग) अधिककोण त्रिभुज - जिस त्रिभुज में एक कोण 90° से अधिक हो तो वह अधिककोण त्रिभुज होती है।

* समकोण त्रिभुज में $(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्बा})^2 + (\text{आधार})^2$ होता है।

⑪ चतुर्भुज - चार भुजाओं से घिरी हुई बन्द आकृति को हम चतुर्भुज कहते हैं।

* वर्ग - एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ समान हों तथा प्रत्येक कोण 90° हो और विकर्ण भी बराबर हों वर्ग कहलाता है।

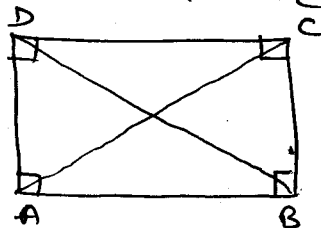


$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

$$AC = BD$$

* आयत - एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी आमने सामने की भुजाएँ बराबर हों तथा प्रत्येक कोण बराबर हो और विकर्ण भी बराबर हों आयत कहलाता है।



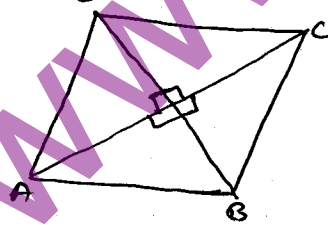
$$AB = CD$$

$$BC = AD$$

$$AC = BD$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

* समचतुर्भुज - एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ समान हों, आमने सामने के कोण बराबर हों तथा विकर्ण एक दूसरे पर लम्ब समद्विभाजक हों समचतुर्भुज कहलाता है।



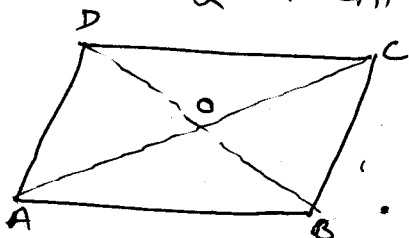
$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle A = \angle C$$

$$\angle B = \angle D$$

$$AC \perp BD$$

* समान्तर चतुर्भुज - एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी आमने सामने की भुजाएँ बराबर तथा समान्तर भी हों, आमने सामने के कोण बराबर हों तो वह समान्तर चतुर्भुज होती है। इसके विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।



$$AB = CD$$

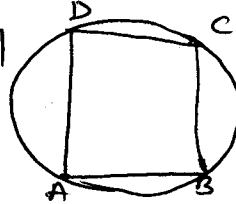
$$BC = AD$$

$$\angle A = \angle C$$

$$\angle B = \angle D$$

* समलम्ब - एक ऐसी चतुर्भुज जिसकी दूँ भुजाएँ समान्तर होती हैं उसे समलम्ब कहते हैं।

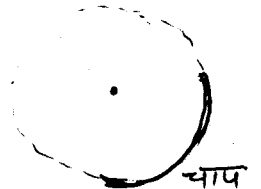
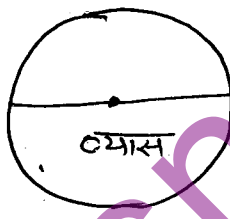
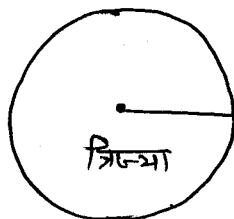
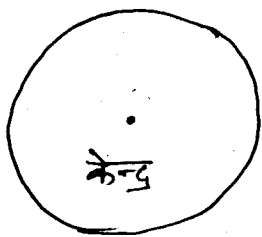
* पक्षीय चतुर्भुज - एक ऐसी चतुर्भुज जो वृत्त की परिधि पर स्थित हो पक्षीय चतुर्भुज कहलाती है। इसके आन्त में सामने के कोणों का योग 180° होता है।



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

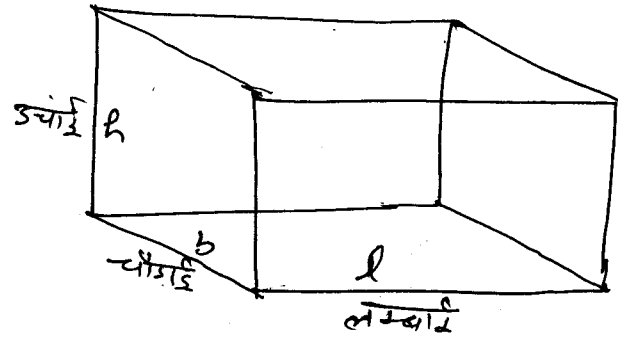
$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

⑫ वृत्त - एक वृत्त एक बन्द आकृति होता है जिस पर स्थित प्रत्येक बिन्दु एक निश्चित बिन्दु से समान दूरी पर होता है। यह वृत्त का केन्द्र कहलाता है।



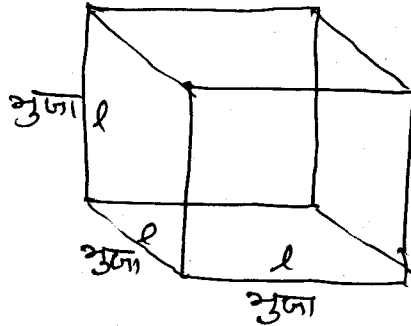
- * वृत्त की सबसे बड़ी जीवा उसका व्यास होता है।
- * जीवा पर केन्द्र से डाला गया लम्ब जीवा को दो समान भागों में बाँटता है।
- * बराबर जीवा केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करती हैं।
- * किसी वृत्त की जीवा वृत्त को दो खण्डों में विभाजित करती है।
- * एक वृत्तखण्ड में परिधि पर बना कोण केन्द्र पर बने कोण का आधा होता है।
- * बराबर चाप केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करती हैं।
- * अर्धवृत्त में बना कोण 90° का होता है।
- * केन्द्र को स्पर्श रेखा पर मिलने वाला रेखाखण्ड जीवा स्पर्श रेखा पर लम्ब होता है।
- * वृत्त का व्यास वृत्त को दो समान भागों में बाँटता है।

धनाभ :- यह प्रश्नों से घिरी हुई आकृति जिसमें प्रत्येक प्रश्न एक आयत होता है धनाभ कहलाता है।



इसमें 6 फलक
12 किनारे
8 कोने
होते हैं।

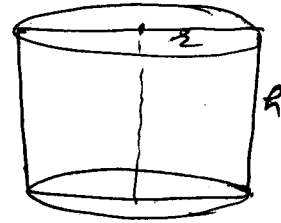
घन - यह प्रश्नों से घिरी हुई आकृति जिसमें प्रत्येक प्रश्न एक वर्ग होता है घन कहलाता है।



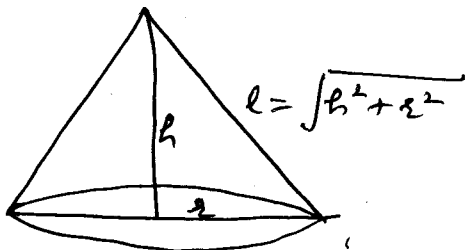
इसमें 6 फलक
12 किनारे
8 कोने होते हैं।

लम्बवृत्तीय बेलन :- यह एक समपार्श्व आकृति होती है जिसका आधार एक वृत्त होता है। यह समान वृत्तों को एक दूसरे पर रखकर बनाया जाता है।

r = उंचाई
 h = त्रिज्या



लम्बवृत्तीय शंकु :- यह एक ऐसा पिरामिड है जिसका आधार एक वृत्त होता है तथा इसका निर्माण समकोण त्रिभुज में समकोण बनाने वाली भुजा के पारित धुमाने पर होता है।

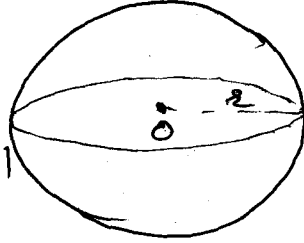


h = शंकु की त्रिज्या
 r = शंकु की उंचाई
 l = शंकु की तिर्यक उंचाई

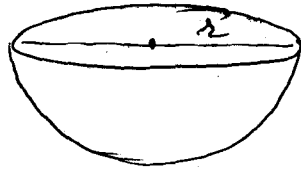
गोला - यह एक ठोस तथा खोखली आकृति होती है, जिसकी सतह का प्रत्येक बिन्दु, निश्चित बिन्दु से समान दूरी पर होता है। इसका निर्माण वृत्त के व्यास को अपने गिर्द घुमाने से होता है।

गेंद, फुटबाल, ग्लोब

आदि गोले के उदाहरण हैं।



अर्धगोला :- गोले को बीच में से काट देने पर जो आकृति प्राप्त होती है उसे हम अर्धगोला कहते हैं।



www.rsnotes.in